

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک - علوم تجربی	سوالات امتحان درس: ریاضی
آزمون شماره (۴)	امتحان پایان سال		سال دهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات	نمره
------	--------	------

۱ کدامیک از عبارت‌های زیر درست و کدامیک نادرست است؟

(آ) اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه‌ای متناهی باشد، آن‌گاه B نیز مجموعه‌ای متناهی است.

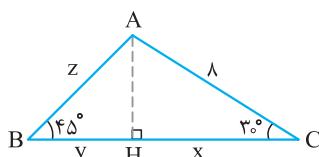
(ب) اگر n یک عدد طبیعی فرد بزرگ‌تر یا مساوی ۳ باشد، آن‌گاه $\sqrt[n]{-1} = (-1)^{\frac{1}{n}}$

(پ) خط $-1 = x$ ، یکتابع است.

(ت) اولین قدم در استفاده از علم آمار، جمع‌آوری داده‌ها است.

۲ در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، مجموع جملات اول و سوم برابر ۵ و جمله پنجم، پانزده واحد بیش‌تر از جمله اول است. جمله عمومی دنباله را مشخص کنید.

۳ در مثلث رو به رو، مقادیر x ، y و z را به دست آورید.



۴ اتحاد مثلثاتی $\frac{\tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \sin^2 \theta$ را ثابت کنید.

۵ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{54} \times \sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ را به دست آورید.

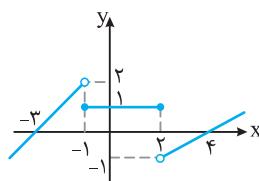
۶ (آ) دو عبارت بنویسید که $y - 3x$ شمارنده هر یک از آن‌ها باشد.
(ب) عبارت $3x^3y^6 + 2x^3y^6 - 2y^6$ را تجزیه کنید.

۷ معادله $5 = 5x^2 + 2x^3$ را به روش دلخواه حل کنید.

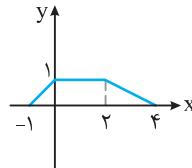
۸ حدود m را طوری تعیین کنید که سهمی $y = 2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{3}m + 2$ همواره بالای محور x ها قرار داشته باشد.

۹ طول یک مستطیل سه واحد کم‌تر از دو برابر عرض آن است. تابعی بنویسید که مساحت مستطیل را برحسب طول آن بیان کند.

۱۰ نمودار تابع قطعه‌ای f در شکل مقابل داده شده است.
(آ) ضابطه تابع را بنویسید.
(ب) دامنه و برد تابع را مشخص کنید.



۱۱ نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f(x+1)+2$ را به کمک انتقال رسم کنید.



۱۲ با ارقام ۱، ۲، ۴، ۳، ۵، ۶ و ۷ و بدون تکرار ارقام؛

(آ) چند عدد هفت رقمی می‌توان نوشت که در آن رقم‌های زوج کنار هم و رقم‌های فرد کنار هم باشند.

(ب) چند عدد پنج رقمی می‌توان نوشت که با رقم زوج شروع و به رقم فرد ختم می‌شود.

سُؤالات امتحان درس: ریاضی	رشته: ریاضی و فیزیک - علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال دهم دوره دوم متوسطه	امتحان پایان سال	آزمون شماره (۴)	نمره

ردیف	نمره	سوالات	ردیف
۱۳	۱/۵	از بین ۴ دانشآموز سال نهم و ۵ دانشآموز سال دهم به چند طریق می‌توان کمیته‌ای چهار نفره تشکیل داد بهطوری که: آ) کمیته شامل دقیقاً ۲ دانشآموز سال دهم باشد. ب) تعداد دانشآموزان سال دهم بیشتر باشد.	
۱۴	۱	۱۰ نقطه روی محیط دایره‌ای قرار دارند. چند چهارضلعی مختلف می‌توان رسم کرد که رأس‌های آن‌ها از این ۱۰ نقطه انتخاب شده باشد؟	
۱۵	۱	تاسی را پرتاب می‌کنیم. دو پیشامد ناسازگار برای این آزمایش تصادفی بنویسید.	
۱۶	۱	یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال آن که مجموع دو عدد روشده مضرب ۵ باشد.	
۱۷	۱	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به‌طوری که $P(A \cap B) = 0.14$ ، $P(A) = 0.2$ و $P(B') = 0.7$ ، مقدار $P(A \cup B)$ و $P(A \cap B')$ را به‌دست آورید.	
۱۸	۱/۵	متغیر را تعریف کنید و سپس نوع هر یک از متغیرهای زیر را مشخص کنید. ب) نوع بارندگی ت) تعداد مسافران اتوبوس	(آ) فشار هوا (پ) مراحل رشد

رشته: ریاضی و فیزیک - علوم تجربی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان درس: ریاضی
آزمون پایان سال	سال دهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	(آ) نادرست است، زیرا به عنوان مثال اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{A, \{1, 2, 3\}\}$ باشد، آنگاه $A \subseteq B$ و $A \subseteq B$ متناهی ولی مجموعه B نامتناهی است. (ب) نادرست است، زیرا توان گویا برای اعداد منفی تعریف نمی‌شود. (پ) نادرست است، زیرا خط $x = -1$ شامل بی‌شمار نقطه با طول مساوی و عرض متفاوت است. (ت) درست است.	۱
۲	$t_n = t_1 r^{n-1}$ ، $\begin{cases} t_1 + t_1 r^1 = 5 \\ t_1 - t_1 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + t_1 r^1 = 5 \\ t_1 r^1 - t_1 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1(1+r^1) = 5 \\ t_1(r^1 - 1) = 15 \end{cases}$ $\Rightarrow \frac{t_1(r^1 - 1)}{t_1(1+r^1)} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow \frac{(r^1 - 1)(r^1 + 1)}{r^1 + 1} = 3 \Rightarrow r^1 - 1 = 3 \Rightarrow r^1 = 4 \Rightarrow r = \pm 2$ چون جملات دنباله همگی مثبت هستند، پس فقط $r = 2$ قابل قبول است و داریم: $t_1(1+r^1) = 5 \xrightarrow{r=2} 5t_1 = 5 \Rightarrow t_1 = 1 \Rightarrow t_n = t_1 r^{n-1} = 1 \times 2^{n-1} = 2^{n-1}$	۱/۲۵
۳	$\Delta AHC : \sin 45^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = \sqrt{2} \Rightarrow CH^2 = AC^2 - AH^2 = 64 - 16 = 48 \Rightarrow CH = \sqrt{48} = x$ $\Delta AHB : \tan 45^\circ = \frac{AH}{BH} \Rightarrow 1 = \frac{\sqrt{2}}{y} \Rightarrow y = \sqrt{2} , AB^2 = AH^2 + BH^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 4 \Rightarrow AB = \sqrt{4} = 2 = z$	۱
۴	$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \frac{\tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{\cancel{\tan^2 \theta}}{\cancel{1 + \tan^2 \theta}} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \sin^2 \theta$	۰/۵
۵	$\sqrt[3]{54} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^3 \times 2} \times \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{8} = 3\sqrt[3]{32}$ $\Rightarrow \frac{\sqrt[3]{54} \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{1/5}} = \frac{3\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{1/5}} = 3\sqrt[3]{\frac{32}{1/5}} = 3\sqrt[3]{64} = 3 \times 2 = 6$	۰/۷۵
۶	(آ) کافی است $y - 3x$ را در دو چندجمله‌ای دلخواه ضرب کنیم، حاصل عبارت‌ها جواب است: $(3x - y)(x + y) = 3x^2 + 2xy - y^2 , (3x - y)(2x) = 6x^2 - 2xy$ (پ) $x^6 - 2y^6 + 2x^3y^3 = (x^6 + 2x^3y^3 + y^6) - 3y^6 = (x^3 + y^3)^2 - (\sqrt{3}y^3)^2 = (x^3 + y^3 - \sqrt{3}y^3)(x^3 + y^3 + \sqrt{3}y^3)$	۱/۲۵
۷	$2x^2 + 5x = 5 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 5 = 0$ $a = 2 , b = 5 , c = -5 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4(2)(-5) = 65 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{4}$	۱
۸	اگر ضریب x^2 مثبت و $\Delta < 0$ ، آنگاه سهمی همواره بالای محور x ها قرار می‌گیرد: $a = 2 > 0 , \Delta = b^2 - 4ac = (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{2}m + 2\right) = m^2 - 2m - 15$ $\Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 = (m-5)(m+3) = 0 \Rightarrow m = 5 , m = -3$ $\Delta < 0 \Rightarrow -3 < m < 5$	۱
۹	فرض کنیم x طول و y عرض مستطیل باشد، داریم: $x = 2y - 3 \Rightarrow 2y = x + 3 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x + 3)$ $S = xy = x \times \frac{1}{2}(x + 3) \Rightarrow S(x) = \frac{1}{2}x(x + 3) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x$ (مساحت مستطیل)	۰/۷۵

رشته: ریاضی و فیزیک - علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان درس: ریاضی
آزمون شماره (۴) امتحان پایان سال	سال دهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	<p>ضابطهٔ تابع خطی به صورت $y = ax + b$ می‌باشد:</p> $\begin{cases} 2 = -a + b \\ 0 = -3a + b \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 3 \Rightarrow y = x + 3$ <p>(۱)</p> <p>$(-3, 0), (-1, 2) \Rightarrow y = 1$ روی نمودار قرار دارند.</p> <p>$(4, 0), (2, -1) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$ روی نمودار قرار دارند.</p> <p>$f(x) = \begin{cases} x + 3 & x < -1 \\ 1 & -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{2}x - 2 & x > 2 \end{cases}$</p> <p>$f = (-\infty, +\infty)$ ، f برد = $(-\infty, +\infty)$</p> <p>(ب)</p>	۲
۱۱	<p>برای رسم نمودار خواسته شده به کمک انتقال، ابتدا نمودار داده شده را یک واحد به سمت چپ و سپس دو واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم:</p>	۱
۱۲	<p>$\underbrace{(2, 4, 6)}_{2\text{ شرک}} \text{ و } \underbrace{(1, 3, 5, 7)}_{2\text{ شرک}} \Rightarrow 2! \times 3! \times 4! = 2 \times 6 \times 24 = 288$</p> <p>(۱)</p> <p>$\underbrace{3 \times 5 \times 4 \times 3 \times 4}_{\substack{\text{رقم زوج} \\ \text{رقم فرد}}} = 720$</p> <p>(ب)</p>	۱/۵
۱۳	<p>$\binom{5}{3} \binom{4}{1} + \binom{5}{4} = 10 \times 4 + 5 = 45$ (۱)</p> <p>$\binom{4}{2} \binom{5}{2} = 6 \times 10 = 60$ (۱)</p>	۱/۵
۱۴	<p>تعداد راههای انتخاب ۴ رأس از ۱۰ رأس = $\binom{10}{4} = \frac{10!}{6!4!} = 210$</p>	۱
۱۵	<p>هر دو پیشامدی که عضو مشترک نداشته باشند، مطلوب است:</p> $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{3, 5\}$	۱
۱۶	<p>فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی، $6 \times 6 = 36$ عضو دارد. بنابراین $n(S) = 36$</p> <p>$A \Rightarrow A = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$</p> <p>$\Rightarrow n(A) = 7 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{36}$</p>	۱
۱۷	<p>$P(B') = ۰/۷ \Rightarrow P(B) = ۱ - P(B') = ۱ - ۰/۷ = ۰/۳$</p> <p>$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = ۰/۴ - ۰/۲ = ۰/۲$</p> <p>$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۴ + ۰/۳ - ۰/۲ = ۰/۵$</p>	۱
۱۸	<p>متغیر، ویزگی از اعضای یک جامعه است که مورد بررسی و مطالعه قرار می‌گیرد و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر تغییر می‌کند.</p> <p>(۱) کمی بیوسسه (۲) کیفی اسمی</p>	۱/۵
	جمع نمره	۲۰